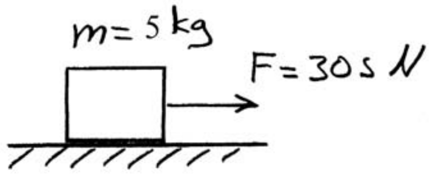
50)



Givet: $F = 30s$ N

$m = 5$ kg

$v = 0$ då $s = 0$

Sökt: v och P då $s = 2.0$ m.

Arbete–energilagen, (3.17):

Arbete-energilagen lämplig eftersom vi känner $F = F(s)$ och klossens bana (rät linje), så vi kan enkelt bestämma F:s arbete.

$$U = \Delta T + \underbrace{\Delta V_g + \Delta V_e}_{0} \qquad (1)$$

$\Delta V_e = 0$ eftersom det inte finns någon fjäder.

$\Delta V_g = 0$ eftersom klossen alltid är på samma höjd.

Läge 1 ($s = 0$):

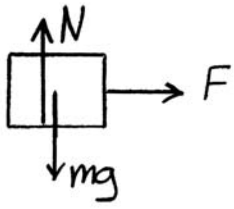
$$T_1 = 0$$

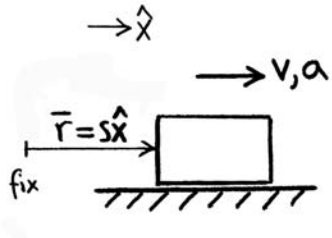
Läge 2 ($s = 2.0$ m):

$$T_2 = \frac{mv^2}{2}$$

U?

Frilägg:





U är arbetet av $\overline{F}$ och $\overline{N}$.

Rent allmänt är U arbetet av alla krafter utom tyngd- och fjäderkrafter (deras arbete tas hänsyn till genom att teckna ΔV_g och ΔV_e).

$\overline{N} \perp \overline{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{N}$ arbetar inte.

Enligt (3.5) blir nämligen effekten av $\overline{N}$ noll då $\overline{N} \cdot \overline{v} = 0$, vilket enligt (3.6) innebär att även $\overline{N}$:s uträttade arbete är noll.

$$\therefore \quad U = U_F \stackrel{(3.7)}{=} \int \overline{F} \cdot d\overline{r} =$$

$$= \Big/ \begin{matrix} \overline{r} = s\,\hat{x} \\ d\overline{r} = ds\,\hat{x} \end{matrix} \Big/ = \int_0^{2.0} F\,\hat{x} \cdot ds\,\hat{x} =$$

$$= \int_0^{2.0} F\,ds = \int_0^{2.0} 30s\,ds = 60 \text{ J}$$

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$U = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v = 4.9 \text{ m/s}}}$$

$$\underline{\underline{P}} \stackrel{(3.5)}{=} \overline{F} \cdot \overline{v} = F\,\hat{x} \cdot v\,\hat{x} = Fv = 30s\,v = \underline{\underline{294 \text{ W}}}$$

51)

<u>Givet:</u> $m = 1700$ kg

$$v = \frac{100}{3.6} \text{ m/s}$$

$c_D = 0.25$

$A_f = 2.2 \text{ m}^2$

$\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$

$c_{L,f} = 0.10$

$c_{L,b} = 0.06$

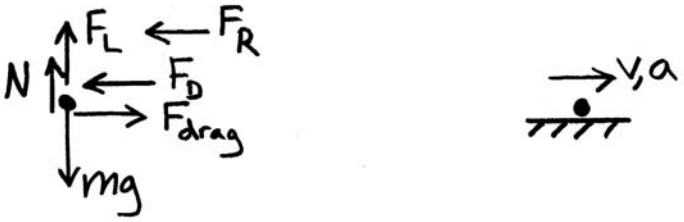
$\eta = 0.95$

<u>Sökt:</u> a) F_{drag} då $p = 0\%$

b) F_{drag} då $p = 5\%$

c) P_{motor} för a) och b)

Frilägg:



Newton II, (2.2), $\overline{F} = m\overline{a}$:

$$\rightarrow: \quad F_{\text{drag}} - F_R - F_D = ma = 0 \qquad (1)$$

$a = 0$ ty v konstant.

$$\uparrow: \quad F_L + N - mg = 0 \qquad (2)$$

$$F_D = \frac{1}{2}\rho A_f c_D v^2 = 255 \text{ N}$$

$$F_L = \frac{1}{2}\rho A_f \left(c_{L,f} + c_{L,b}\right) v^2 = 163 \text{ N}$$

Insättning i (2) $\Rightarrow \quad N = 16.5$ kN

$$F_R = c_R N = \Big/ \; c_R = 0.0085 \,\text{enligt graf}\; \Big/ =$$

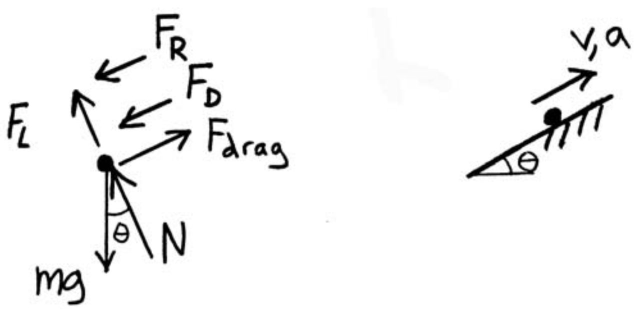
$$= 140 \text{ N}$$

Insättning i (1) $\Rightarrow \quad \underline{\underline{F_{\text{drag}}}} = F_R + F_D = \underline{\underline{395 \text{ N}}}$

b)

$$p = 5\% \Rightarrow \quad \theta = \arctan \frac{5}{100} = 2.9°$$

Frilägg:



Newton II:

$$\nearrow: \quad F_{\text{drag}} - F_R - F_D - mg\sin\theta \;=\; ma \;=\; 0 \qquad (3)$$

$$\nwarrow: \quad F_L + N - mg\cos\theta \;=\; 0 \qquad (4)$$

F_D, F_L som förut.

Insättning i (4) $\Rightarrow \quad N = 16.5$ kN

$$F_R \;=\; c_R N \;=\; \Big/\; c_R = 0.0085 \,\text{enligt graf}\; \Big/ \;=$$

$$=\; 140 \text{ N}$$

Insättning i (3) $\Rightarrow \quad \underline{\underline{F_{\text{drag}}}} \;=\; F_R \,+\, F_D \,+\, mg\sin\theta \;=\; \underline{\underline{1.23 \text{ kN}}}$

c)

Effekt P_{drag} av dragkraften F_{drag}:

$$P_{\text{drag}} \overset{(3.5)}{=} \overline{F}_{\text{drag}} \cdot \overline{v} \;=\; F_{\text{drag}} v \qquad \overline{F}_{\text{drag}} \parallel \overline{v}.$$

Verkningsgraden $\eta = 0.95$:

$$\therefore \quad P_{\text{drag}} \overset{(3.9)}{=} \eta P_{\text{motor}} \quad \Leftrightarrow$$

$$P_{\text{motor}} = \frac{P_{\text{drag}}}{\eta}$$

Med $p = 0\%$ fås $\underline{\underline{P_{\text{motor}} = 11.6 \text{ kW} = 15.7 \text{ hk}}}$

1 hästkraft = 735 W.

Med $p = 5\%$ fås $\underline{\underline{P_{\text{motor}} = 35.9 \text{ kW} = 48.8 \text{ hk}}}$

52)

<u>Givet:</u> $m = 44$ ton

<u>Sökt:</u> a) v_f så $s_{\max} = 105$ mm.

b) v_e samt ändring i kinetisk energi.

Arbete-energilagen lämplig eftersom vi känner $F = F(s)$ och vagnens bana (rät linje), så vi kan enkelt bestämma F:s arbete.

Arbete–energilagen, (3.17):

$$U = \Delta T + \underbrace{\Delta V_g + \Delta V_e}_{0} \qquad (1)$$

$\Delta V_e = 0$ eftersom det inte finns någon *linjär* fjäder.

$\Delta V_g = 0$ eftersom vagnen alltid är på samma höjd.

Läge 1 ($s = 0$):

$$T_1 = \frac{mv_f^2}{2}$$

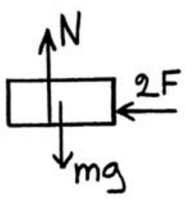
Läge 2 ($s = 105$ mm):

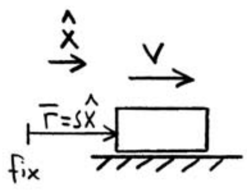
$$T_2 = 0$$

$T_2 = 0$ eftersom bufferterna *nätt och jämnt* ska tryckas ihop 105 mm.

U?

Frilägg:





$\overline{F}$ är kraften på *en* buffert; vagnen har två buffertar i vardera ände. Buffertkrafterna $2\overline{F}$ måste vara riktade åt vänster på vagnen eftersom det är de krafterna som gör att vagnen bromsas in (inses även av att ringfjädrarna ju trycks ihop).

U är arbetet av $\overline{N}$ och $2\overline{F}$ (två identiska buffertar).

$$\overline{N} \perp \overline{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{N} \text{ arbetar inte.}$$

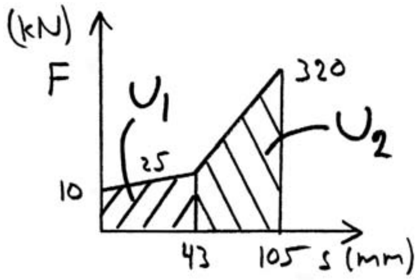
$$\therefore \quad U = 2U_F \overset{(3.7)}{=} 2\int \overline{F} \cdot d\overline{r} =$$

U_F är arbetet av kraften på *en* buffert.

$$= \Big/ \begin{matrix} \overline{r} = s\,\hat{x} \\ d\overline{r} = ds\,\hat{x} \end{matrix} \Big/ = 2\int_0^{0.105} (-F\,\hat{x}) \cdot ds\,\hat{x} =$$

$$= -2\int_0^{0.105} F\,ds$$

$$\text{Grafen} \Rightarrow \quad \int_0^{0.105} F\,ds = U_1 + U_2$$



$$U_1 = \frac{(10+25)43}{2} = 750 \text{ J}$$

$$U_2 = \frac{(25+420)(105-43)}{2} = 10.7 \text{ kJ}$$

$$\therefore \quad U = -2(0.75 + 10.7) = -22.9 \text{ kJ}$$

Arbetet av $2\overline{F}$ måste vara negativt eftersom kraften $2\overline{F}$ på vagnen är riktad åt vänster men vagnen rör sig åt höger. Det är även detta faktum som gör att vagnens fart minskar.

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$U = -\frac{mv_f^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v_f = 1.02 \text{ m/s} = 3.7\,\text{km/h}}}$$

b)

Arbete–energilagen igen:

Läge 2 ($s = 105$ mm):

$$T_2 = 0$$

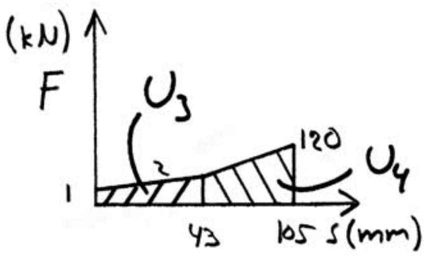
Läge 3 ($s = 0$):

$$T_3 = \frac{mv_e^2}{2}$$

U blir som förut (men integrationsgränserna byter plats):

$$U = -2\int_{0.105}^{0} F\,ds = 2\int_{0}^{0.105} F\,ds$$

Grafen $\Rightarrow$ $$\int_0^{0.105} F\,ds \;=\; U_3 + U_4$$



$$U_3 \;=\; \frac{(1+2)43}{2} \;=\; 64 \text{ J}$$

$$U_4 \;=\; \frac{(2+120)(105-43)}{2} \;=\; 3.78 \text{ kJ}$$

$$\therefore \quad U \;=\; 2(0.064 + 3.78) \;=\; 7.69 \text{ kJ}$$

Arbetet av $2\overline{F}$ måste vara positivt, eftersom kraften $2\overline{F}$ på vagnen är riktad åt vänster och vagnen rör sig åt vänster. Det är detta faktum som gör att vagnens fart ökar igen.

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$U = \frac{mv_e^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v_e = 0.59 \text{ m/s} \ = \ 2.1\,\text{km/h}}}$$

Kinetisk energi före respektive efter:

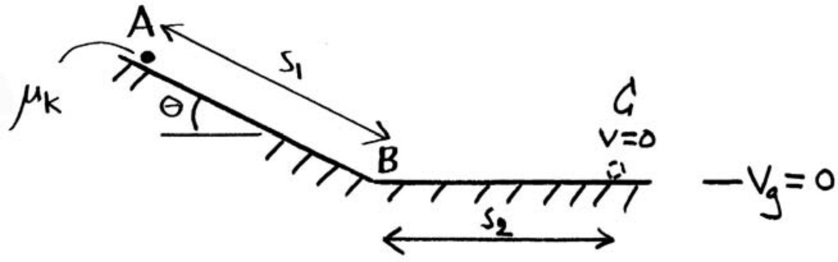
$$T_f \ = \ \frac{mv_f^2}{2}$$

$$T_e \ = \ \frac{mv_e^2}{2}$$

Procentuell ändring:

$$\frac{T_f - T_e}{T_f} \cdot 100\% = \underline{\underline{66\% \text{ förlust}}}$$

57)



Givet: $v_{\mathcal{A}} = 0$, $v_{\mathcal{C}} = 0$

Sökt: s_2

Arbete-energilagen är i regel svår att använda då man har friktion, se avsnitt 3.4. Men här rör sig masspunkten längs en *rät linje* varför normalkraften blir *konstant* så att friktionskraftens arbete trots allt enkelt kan beräknas.

Arbete–energilagen, (3.17):

Vi börjar med att analysera sträckan $\mathcal{A} \to \mathcal{B}$ för att få fram farten vid $\mathcal{B}$. Därefter analyserar vi sträckan $\mathcal{B} \to \mathcal{C}$.

$$U = \Delta T + \Delta V_g + \underbrace{\Delta V_e}_{0} \qquad (1)$$

$\Delta V_e = 0$ eftersom det inte finns någon fjäder.

Läge 1 ($\mathcal{A}$):

$T_1 = 0$

$V_{g_1} = mgs_1 \sin\theta$

Läge 2 ($\mathcal{B}$):

$T_2 = \dfrac{mv_{\mathcal{B}}^2}{2}$

$V_{g_2} = 0$

Nollnivån för lägesenergin kan placeras godtyckligt. Vi väljer här att lägga den vid det horisontella underlaget.

U?

Frilägg:

U är arbetet av $\overline{N}$ och $\overline{F}_{\text{fr}}$.

$\overline{N} \perp \overline{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{N}$ arbetar inte.

$$\therefore \quad U = \int \overline{F}_{\mathrm{fr}} \cdot d\overline{r} = \underset{\substack{\uparrow \\ \overline{F}_{\mathrm{fr}} \text{ motriktad } \overline{v}}}{-\mu_k N *} \text{"vägen"} \qquad (2)$$

Att arbetet av en kraft med konstant storlek och riktning blir "kraft gånger väg" är ett så vanligt specialfall att resultatet får användas direkt, se exempel 3.1. Eftersom friktionskraften är motriktad rörelseriktningen blir arbetet negativt.

N?

Newton II, (2.2), $\overline{F} = m\overline{a}$:

$$\nearrow: \quad N - mg\cos\theta = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$N = mg\cos\theta$$

Insättning i (2) $\Rightarrow$

$$U = -\mu_k mg\cos\theta\, s_1$$

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$-\mu_k mg\cos\theta\, s_1 = \frac{mv_{\mathcal{B}}^2}{2} - mgs_1\sin\theta \quad \Leftrightarrow$$

$$v_{\mathcal{B}}^2 = 2gs_1\sin\theta - 2\mu_k gs_1\cos\theta \qquad (3)$$

Arbete–energilagen igen:

Läge 2 ($\mathcal{B}$):

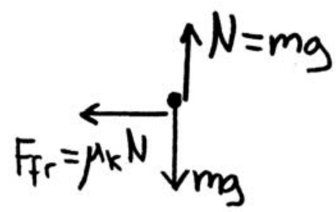
$$T_2 = \frac{mv_{\mathcal{B}}^2}{2}$$

$$V_{g_2} = 0$$

Läge 3 ($\mathcal{C}$):

$$T_3 = 0$$

$$V_{g_3} = 0$$



$$U = -\mu_k mgs_2$$

Insättning i (1) ⇒

$$-\mu_k mgs_2 = -\frac{mv_{\mathcal{B}}^2}{2}$$

$$(3) \Rightarrow \quad \underline{\underline{s_2 = s_1\left(\frac{\sin\theta}{\mu_k} - \cos\theta\right)}}$$

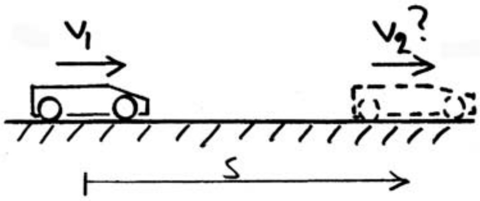
Dimensionen ok!

$s_1 \uparrow \Rightarrow s_2 \uparrow$ ok!

$\mu_k \uparrow \Rightarrow s_2 \downarrow$ ok!

$\mu_k = 0 \Rightarrow s_2 = \infty$ om $\theta > 0$, ok ty masspunkten stannar aldrig då!

58)



<u>Givet:</u> P konstant

<u>Sökt:</u> v_2

Modellera bilen som en masspunkt:

Newton II, (2.2), $\overline{F} = m\overline{a}$:

$$\rightarrow: \quad F_{\text{fr}} = ma$$

$$P \overset{(3.5)}{=} \overline{F}_{\text{fr}} \cdot \overline{v} = F_{\text{fr}} v$$

$$\therefore \quad a = \frac{F_{\text{fr}}}{m} = \frac{P}{mv} \qquad (1)$$

Eftersom P är konstant ser vi att a (och därmed F_{fr}) varierar med farten v.

Varignons sats, (1.26):

Eftersom vi känner $a = a(v)$, kan vi räkna ut hur mycket farten ökar på sträckan s utan att blanda in tiden m.h.a. Varignons sats.

$$a_t \, ds = v \, dv$$

Rätlinjig rörelse $\Rightarrow$ $a_t = a$, där a är *hela* accelerationen.

Ty i (1.14) är normalaccelerationen $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = 0$.

$(1) \Rightarrow$

$$\frac{P}{mv}\,ds \;=\; v\,dv \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{P}{m}\int_0^s ds \;=\; \int_{v_1}^{v_2} v^2\,dv \qquad \Leftrightarrow$$

$$\frac{P}{m}s \;=\; \frac{1}{3}\left(v_2^3 - v_1^3\right) \qquad \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{v_2 \;=\; \left(\frac{3Ps}{m} \;+\; v_1^3\right)^{\frac{1}{3}}}}$$

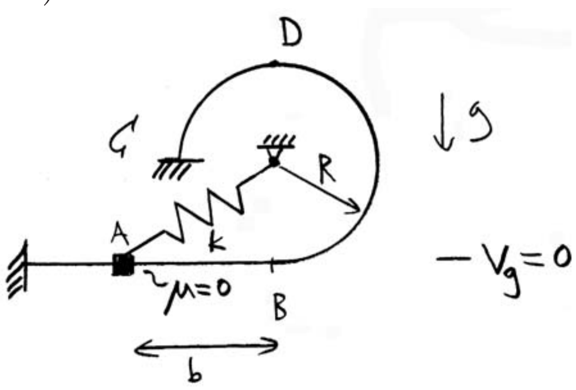
Dimensionen ok!

$P \uparrow \Rightarrow \; v_2 \uparrow$ ok!

$s \uparrow \Rightarrow \; v_2 \uparrow$ ok!

$m \uparrow \Rightarrow \; v_2 \downarrow$ ok!

59)



<u>Givet:</u> $l_0 = R$

$v_{\mathcal{A}} = 0$

<u>Sökt:</u> b så når $\mathcal{C}$

Når $\mathcal{C}$ om nätt och jämnt når $\mathcal{D}$: $v_{\mathcal{D}} > 0$.

Arbete–energilagen, (3.17):

$$U = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e \qquad (1)$$

Läge 1 ($\mathcal{A}$):

$T_1 = 0$

$V_{g_1} = 0$

$$V_{e_1} = \frac{k}{2}\left(\sqrt{b^2 + R^2} - R\right)^2$$

Läge 2 ($\mathcal{D}$):

$T_2 > 0$

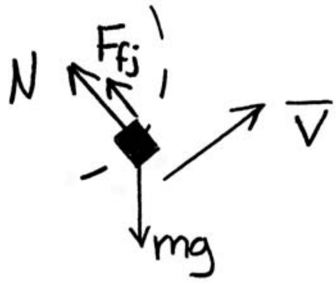
$V_{g_2} = 2mgR$

$$V_{e_2} = \frac{k}{2}(R - R)^2 = 0$$

Nollnivån för lägesenergin kan placeras godtyckligt. Vi väljer här att lägga den vid $\mathcal{B}$.

U?

Frilägg kragen i godtyckligt läge:



U är arbetet av $\overline{N}$.

$\overline{N} \perp \overline{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{N}$ arbetar inte.

$\therefore \quad U = 0$

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$T_2 + 2mgR - \frac{k}{2}\left(\sqrt{b^2+R^2} - R\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$T_2 = \frac{k}{2}\left(\sqrt{b^2+R^2} - R\right)^2 - 2mgR > 0 \quad \Leftrightarrow$$

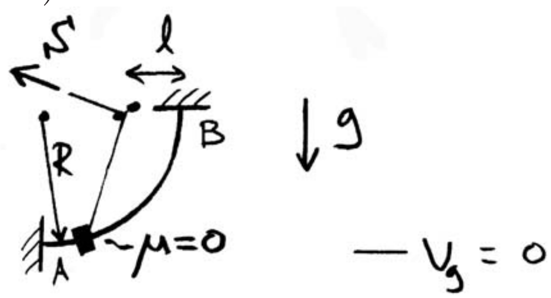
$$\sqrt{b^2+R^2} - R > 2\sqrt{\frac{mgR}{k}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{b > \sqrt{\left(R + 2\sqrt{\frac{mgR}{k}}\right)^2 - R^2}}}$$

Dimensionen ok!

$k \uparrow \Rightarrow \; b \downarrow$ ok!

56)



<u>Givet:</u> $v_{\mathcal{A}} = 0$

<u>Sökt:</u> $v_{\mathcal{B}}$

Arbete–energilagen, (3.17):

$$U = \Delta T + \Delta V_g + \underbrace{\Delta V_e}_{0} \qquad (1)$$

Läge 1 ($\mathcal{A}$):

$T_1 = 0$

$V_{g_1} = 0$

Läge 2 ($\mathcal{B}$):

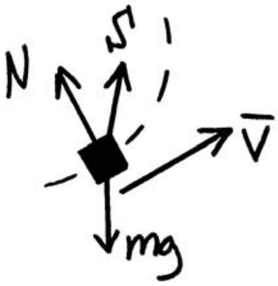
$T_2 = \dfrac{m v_{\mathcal{B}}^2}{2}$

$V_{g_2} = mgR$

Nollnivån för lägesenergin kan placeras godtyckligt. Vi väljer här att lägga den vid $\mathcal{A}$.

U?

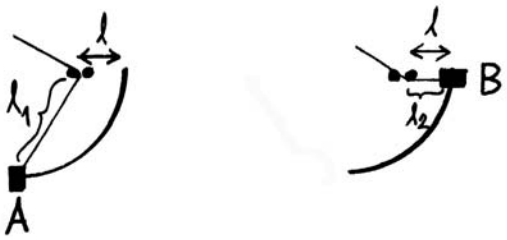
Frilägg kragen i godtyckligt läge:



U är arbetet av $\overline{N}$ och $\overline{S}$.

$\overline{N} \perp \overline{v} \quad \Rightarrow \quad \overline{N}$ arbetar inte.

$\therefore \quad U = U_s = S *$ "utmatad snörlängd" Enligt sid. 81.



Utmatad snörlängd $=$

$$= l_1 - l_2 = \sqrt{R^2 + (R-l)^2} - l$$

Insättning i (1) $\Rightarrow$

$$\underline{\underline{v_{\mathcal{B}} = \sqrt{\frac{2S}{m}\left(\sqrt{R^2+(R-l)^2} - l\right) - 2gR}}}$$

Dimensionen ok!

$S \uparrow \Rightarrow v_{\mathcal{B}} \uparrow$ ok!

$m \uparrow \Rightarrow v_{\mathcal{B}} \downarrow$ ok!